

### 3.3.1 Lernbereiche für die Einführungsphase

<b>Lernbereich: Beschreibende Statistik</b>
<p><b>Intentionen</b></p> <p>Datenerhebungen werden exemplarisch geplant und beurteilt.</p> <p>Die erhobenen Daten lassen sich auf unterschiedliche Weisen durch Säulendiagramme darstellen sowie durch Lage- und Streumaße aufbereiten. Je nach Wahl der Lage- und Streumaße können sich bei gleichem Datenmaterial unterschiedliche Aussagen und Interpretationen ergeben.</p> <p>Deshalb wird die Aussagekraft der Lagemaße „arithmetisches Mittel“, „Modalwert“ und „Median“ sowie der Streumaße „empirische Varianz“, „empirische Standardabweichung“ und „Spannweite“ thematisiert.</p> <p>Das arithmetische Mittel und die empirische Standardabweichung von Häufigkeitsverteilungen bereiten die analogen Begriffe bei Wahrscheinlichkeitsverteilungen vor.</p> <p>Für das Berufliche Gymnasium (BG) bieten sich folgende Anwendungs- und Berufsbezüge an:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Messwerte (BG T),</li> <li>• Marketing oder Produktforschung (BG GuS, BG W).</li> </ul>
<p><b>Kern</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Datenerhebung             <ul style="list-style-type: none"> <li>▪ Merkmale festlegen und identifizieren</li> <li>▪ Klassierung der Daten und Repräsentativität der Stichprobe berücksichtigen</li> <li>▪ Häufigkeitsverteilungen in Säulendiagrammen darstellen und interpretieren</li> </ul> </li> <li>• Kenngrößen             <ul style="list-style-type: none"> <li>▪ Datenmaterial mithilfe der Kenngrößen Stichprobenumfang <math>n</math>, arithmetisches Mittel, Modalwert, Median, empirische Varianz, empirische Standardabweichung <math>s_n</math> und Spannweite charakterisieren und interpretieren</li> <li>▪ Arithmetisches Mittel, Median und Modalwert als Lagemaße bezüglich ihrer Aussagekraft unterscheiden</li> <li>▪ Empirische Varianz, empirische Standardabweichung <math>s_n</math> und Spannweite als Streumaße bezüglich ihrer Aussagekraft unterscheiden</li> <li>▪ Datensätze mithilfe von Kenngrößen vergleichen</li> </ul> </li> </ul>
<p><b>Fakultative Erweiterungen:</b></p> <p>Boxplots</p>
<p><b>Inhaltsbezogene Kompetenzbereiche:</b></p> <p>Messen; Daten und Zufall</p>
<p><b>Hinweise zum Einsatz digitaler Mathematikwerkzeuge:</b></p> <p>Statistikmodul des eingeführten digitalen Mathematikwerkzeugs</p>
<p><b>Online-Material:</b></p> <p>Beschreibende Statistik</p>

## Lernbereich: Elementare Funktionenlehre

### Intentionen

Die Schülerinnen und Schüler bringen aus dem Unterricht des Sekundarbereichs I Kenntnisse zu einigen Funktionsklassen sowie Fertigkeiten und Fähigkeiten im Umgang mit Funktionen mit. Diese werden an neu einzuführenden Funktionsklassen vertieft und erweitert.

Der Lernbereich „Elementare Funktionenlehre“ ist eng verknüpft mit dem Lernbereich „Ableitungen“. Die Kompetenzen im Umgang mit Funktionen werden weiterentwickelt, auch im Hinblick auf die Begrifflichkeiten im Lernbereich „Ableitungen“.

Als neue Funktionsklasse lernen die Schülerinnen und Schüler die Potenzfunktionen kennen. Wurzelfunktionen werden als spezielle Potenzfunktionen betrachtet. Ausgehend von geeigneten Anwendungsbeispielen werden Potenzfunktionen zu ganzrationalen Funktionen erweitert.

Die leitenden Fragestellungen bei der Untersuchung der Auswirkungen von Parametervariationen auf Funktionsgraphen und Funktionsgleichungen, die den Schülerinnen und Schülern zum Beispiel von den quadratischen Funktionen bekannt sind, werden zunächst auf Funktionen mit Potenzen übertragen. Die Schülerinnen und Schüler sollen die Bedeutung der Parameter erläutern. Dabei werden die Potenzrechengesetze genutzt, um Erkenntnisse über die Funktionen oder einen zugehörigen Sachzusammenhang zu gewinnen.

Die Fähigkeit, Funktionsgraphen zu beschreiben und zu klassifizieren, wird durch Verwendung der Begriffe Symmetrie, Nullstellen und Globalverhalten weiter entwickelt. Bei der Behandlung von Sachproblemen sind auch der Definitions- und der Wertebereich der modellierenden Funktion zu betrachten. Bei der Bestimmung der Modellierungsfunktionen ist das Aufstellen und Lösen von Gleichungen und linearen Gleichungssystemen notwendig. Durch Regression gewonnene Funktionen werden zum Vergleich herangezogen.

Mithilfe der weiterentwickelten Begrifflichkeiten und anhand geeigneter Anwendungsbeispiele werden Potenz-, Exponential- und Sinusfunktionen gegeneinander abgegrenzt.

Für das Berufliche Gymnasium (BG) bieten sich folgende Anwendungs- und Berufsbezüge an:

- Kosten, Erlöse, Gewinn, Angebot und Nachfrage, Produktlebenszyklus, Zinsrechnung (BG GuS, BG W),
- Beschleunigung, Geschwindigkeit, Weg (BG T).

### Kern

- Potenzfunktionen
  - Graphen von Potenzfunktionen  $f$  mit  $f(x) = x^n$  für  $n \in \mathbb{Z} \setminus \{0\}$  hilfsmittelfrei skizzieren
  - Globalverhalten und Symmetrie beschreiben
  - Wurzelfunktionen als spezielle Potenzfunktionen darstellen
  - exemplarisch die Funktionen  $f$  und  $g$  mit  $f(x) = \sqrt{x}$  und  $g(x) = \sqrt[3]{x}$  beschreiben und ihre Graphen hilfsmittelfrei skizzieren
- Vergleich von Potenz-, Exponential- und Sinusfunktionen
  - Parametervariationen für Funktionen  $g$  mit  $g(x) = a \cdot f(b \cdot (x - c)) + d$  exemplarisch durchführen sowie Gemeinsamkeiten und Unterschiede in der Auswirkung der Parametervariationen auf die Graphen zu verschiedenen Funktionsklassen beschreiben
  - funktionale Zusammenhänge in Anwendungssituationen unter Verwendung von Eigenschaften bestimmter Funktionen identifizieren
- Ganzrationale Funktionen
  - die Graphen von ganzrationalen Funktionen als Überlagerung von Graphen von Potenzfunktionen mit natürlichen Exponenten deuten
  - Sachsituationen mit ganzrationalen Funktionen beschreiben
  - in Anwendungssituationen funktionale Zusammenhänge in Tabellen, Graphen und Sachtexten erkennen und mithilfe ganzrationaler Funktionen modellieren
  - Gleichungen und lineare Gleichungssysteme mit zwei Variablen mithilfe der aus dem Sekundarbereich I bekannten Verfahren lösen

- lineare Gleichungssysteme mit mehr als zwei Variablen unter Verwendung digitaler Mathematikwerkzeuge lösen
- Nullstellen bestimmen und deren Zusammenhang mit der faktorisierten Termdarstellung beschreiben
- das Globalverhalten anhand der Termdarstellung beschreiben
- mögliche Symmetrien des Graphen zur y-Achse und zum Ursprung begründen
- Zusammenhang von Funktionsgleichung und Graph anhand der Termdarstellung in allgemeiner und in faktorisierter Form erläutern

**Inhaltsbezogene Kompetenzbereiche:**

Algorithmus und Zahlen; Funktionaler Zusammenhang

**Fakultative Erweiterungen:**

Wurzelfunktion sowie Kehrwertfunktion als Umkehrfunktion

**Hinweise zum Einsatz digitaler Mathematikwerkzeuge:**

CAS zum Lösen von Gleichungen; Regressionsmodul

**Online-Material:**

elementare Funktionenlehre – Parametervariationen

## Lernbereich: Ableitungen

### Intentionen

Mithilfe der Ableitung wird die Beschreibung der Graphen von Funktionen um die Quantifizierbarkeit des Steigungsverhaltens sowie die Extrem- und Wendepunkte systematisch erweitert.

Dabei ist die Verwendung von Grenzwerten notwendig. Sie werden auf der Grundlage eines propädeutischen Grenzwertbegriffs, der sich auf die Anschauung gründet, ermittelt.

Die Begriffe der mittleren und lokalen Änderungsrate werden in Sachkontexten gebildet. Ausgehend von mittleren Änderungsraten werden die lokale Änderungsrate sowie ausgehend von Sekantensteigungen die Tangentensteigung bestimmt. Die Ableitung wird als lokale Änderungsrate sowie als Tangentensteigung beschrieben und interpretiert, und dieser Zusammenhang wird an Beispielen erläutert.

Die funktionale Beschreibung von lokalen Änderungsraten führt zur Ableitungsfunktion.

Das Verständnis des Zusammenhangs zwischen Ableitungsgraph und Funktionsgraph wird vertieft, indem diese auch in Sachkontexten wechselseitig auseinander entwickelt werden.

Die Frage, ob der dargestellte Ausschnitt eines Graphen das Globalverhalten oder Anzahl und Lage besonderer Punkte wiedergibt, ist ein Motiv für eine termorientierte Untersuchung. Notwendige und hinreichende Kriterien für lokale Extrem- und für Wendestellen werden anschaulich aus der Betrachtung der Graphen zur Ausgangsfunktion und zu den Ableitungsfunktionen gewonnen.

Die mithilfe des Ableitungsbegriffs gewonnenen Kenntnisse und Fähigkeiten erweitern die Möglichkeiten, Sachprobleme zu lösen.

Die Ableitung mithilfe des Differenzenquotienten erfolgt exemplarisch.

Zur Bestimmung von Ableitungen an einer Stelle oder zur Entwicklung von Ableitungsfunktionen werden Ableitungsregeln verwendet.

Die Ableitungen der Sinus- und Kosinusfunktion werden mindestens grafisch plausibel gemacht.

Für das Berufliche Gymnasium (BG) bieten sich folgende Anwendungs- und Berufsbezüge an:

- Steigfähigkeit von Fahrzeugen (BG T),
- Optimierung (Erlös- und Gewinnmaximierung, Materialminimierung) (BG GuS, BG T, BG W).

### Kern

- Ableitung an einer Stelle
  - mittlere und lokale Änderungsraten in Sachzusammenhängen bestimmen
  - mittlere und lokale Änderungsraten mithilfe des Differenzenquotienten bestimmen
  - Sekanten- und Tangentensteigungen bestimmen
  - Ableitungen als lokale Änderungsraten und Tangentensteigungen auch in Sachzusammenhängen deuten
  - die Schreibweisen  $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(x+h) - f(x)}{h}$  und  $\lim_{x \rightarrow x_0} \frac{f(x) - f(x_0)}{x - x_0}$  interpretieren, erläutern und anwenden
- Ableitungsfunktion
  - wechselseitig den Ableitungsgraphen und den Funktionsgraphen auseinander entwickeln und dabei Zusammenhänge beschreiben und begründen
  - für die Funktionen  $f$  mit  $f(x) = x^2$  und  $f(x) = \frac{1}{x}$  die Ableitungen mithilfe des Differenzenquotienten herleiten
  - Summen- und Faktorregel mindestens anschaulich begründen und anwenden
  - die Ableitung als Funktion in Abhängigkeit von der Stelle angeben
  - die Ableitung der Funktionen  $f$  mit  $f(x) = x^n$ ;  $n \in \mathbb{Z} \setminus \{0\}$ ,  $f(x) = \sqrt{x}$  und  $f(x) = \sin(x)$  sowie  $f(x) = \cos(x)$  angeben
- Verwendung von Ableitungen

- Gleichungen von Tangenten und Normalen bestimmen
- Funktionen und ihre Graphen auf Monotonie untersuchen
- Kriterien für lokale Extrem- und Wendestellen entwickeln und anwenden
- Sachprobleme, insbesondere Optimierungsprobleme lösen

**Fakultative Erweiterungen:**

Ableitung weiterer Funktionen mithilfe des Differenzenquotienten

**Inhaltsbezogene Kompetenzbereiche:**

Algorithmus und Zahl; Messen; Funktionaler Zusammenhang

**Hinweise zum Einsatz digitaler Mathematikwerkzeuge:**

Berechnung, Kontrolle, Exploration

**Online-Material:**

Propädeutischer Grenzwert; Ableitungen