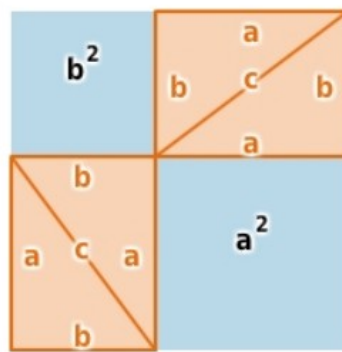
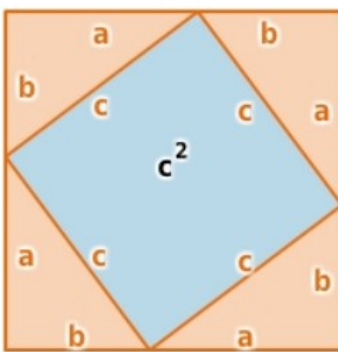


### Mathematisch argumentieren

Das Argumentieren hebt sich vom Informationsaustausch bzw. dem intuitiven Entscheiden vor allem durch den Wunsch nach Vollständigkeit und Widerspruchsfreiheit ab. Beim Argumentieren in außermathematischen Situationen geht es vor allem um das Rechtfertigen von Modellannahmen, das Interpretieren von Ergebnissen, das Bewerten der Gültigkeit oder der Nützlichkeit eines Modells und das Treffen von Entscheidungen mithilfe des Modells. Beim Argumentieren in innermathematischen Situationen spricht man allgemein vom Begründen und je nach Strenge auch vom Beweisen.

Das Argumentieren umfasst ein breites Spektrum von Aktivitäten: vom Erkunden von Situationen, Strukturieren von Informationen, Fragen stellen, Aufstellen von Vermutungen, Angeben von Beispielen und Plausibilitätsbetrachtungen, über das schlüssige (auch mehrschrittige) Begründen bis hin zum formalen Beweisen. Hierbei kommen unterschiedliche Abstufungen zum Tragen: vom intuitiven Begründen durch Verweis auf Plausibilität oder Beispiele bis zum mehrschrittigen Beweisen durch Zurückführen auf gesicherte Aussagen. Die Schülerinnen und Schüler entwickeln Einsicht in die Notwendigkeit allgemeingültiger Begründungen von Vermutungen.

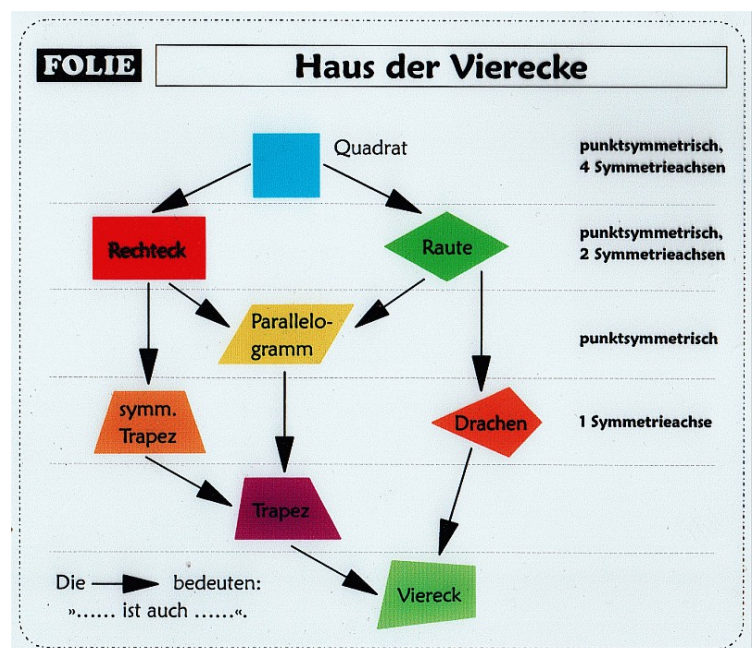


$$0,111\dots = \frac{1}{9}$$

$$9 \cdot 0,111\dots = 9 \cdot \frac{1}{9}$$

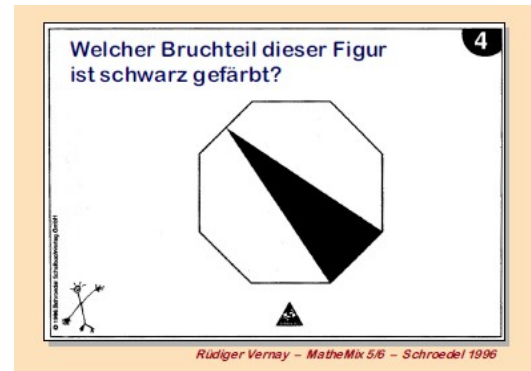
$$0,999\dots = 1$$

$$\begin{aligned} & (a-b)^2 \geq 0 \\ \Rightarrow & (a^2 - 2ab + b^2) \geq 0 & | + 4ab \\ \Rightarrow & a^2 + 2ab + b^2 \geq 4ab & | : 4 \\ \Rightarrow & \frac{a^2 + 2ab + b^2}{4} \geq ab \\ \Rightarrow & \frac{(a+b)^2}{4} \geq ab \\ \stackrel{\text{Vor}}{\Rightarrow} & \frac{a+b}{2} \geq \sqrt{ab}. \end{aligned}$$



## Probleme mathematisch lösen

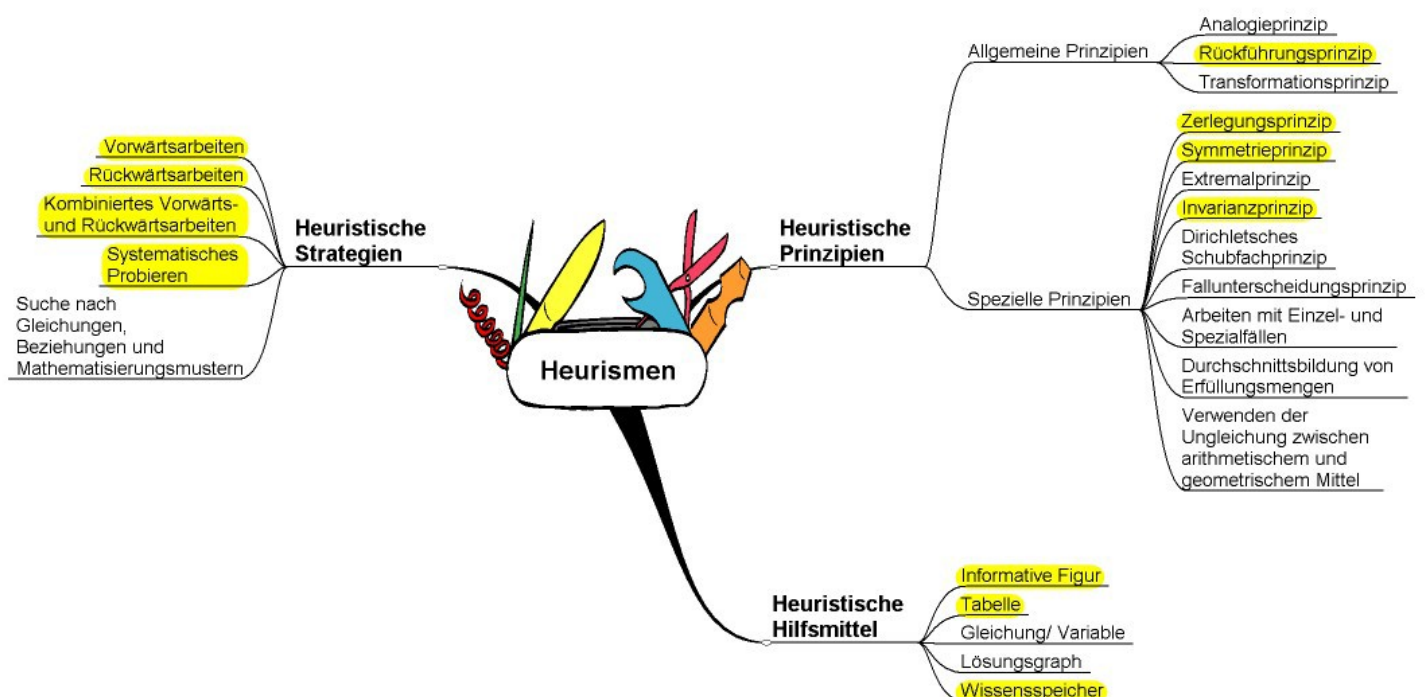
Anforderungen an Abstraktion, Folgerichtigkeit und Exaktheit bei der Auseinandersetzung mit mathematischen Problemen schulen in besonderem Maße das systematische und logische Denken sowie das kritische Urteilen. Die Schülerinnen und Schüler werden zunehmend befähigt, mathematische Probleme selbstständig zu identifizieren und zu bearbeiten. Sie können so Vertrauen in ihre Denkfähigkeit erlangen. Dazu müssen sie über solides Grundwissen, vielfältige Fertigkeiten und Fähigkeiten verfügen und diese flexibel anwenden. Bei der Bearbeitung von Problemen können Schülerinnen und Schüler erfahren, dass Anstrengungsbereitschaft und Durchhaltevermögen erforderlich sind, um zu Lösungen zu gelangen.



„Bruchgleichungen“

Es ist zu zeigen, dass für positive reelle  $a, b, c$  gilt:

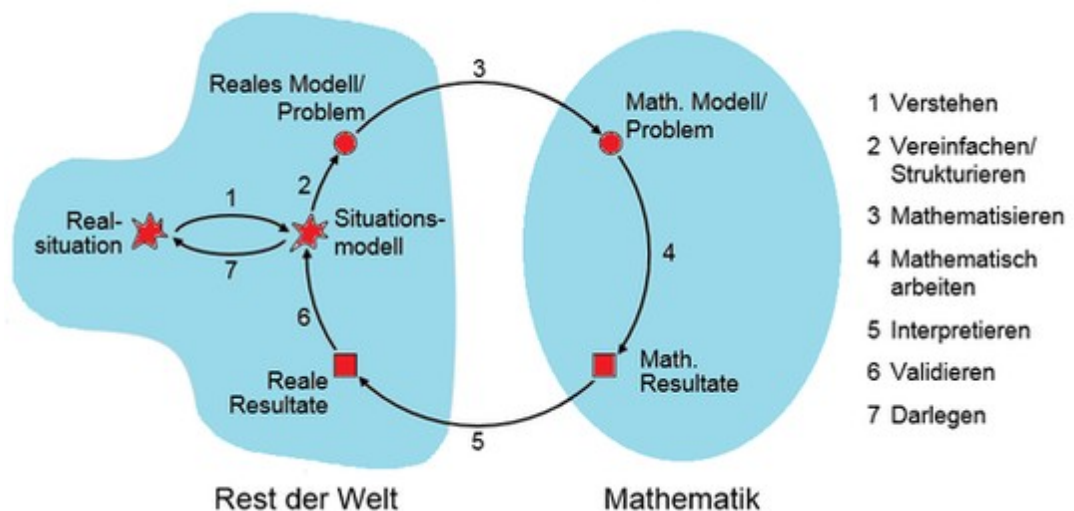
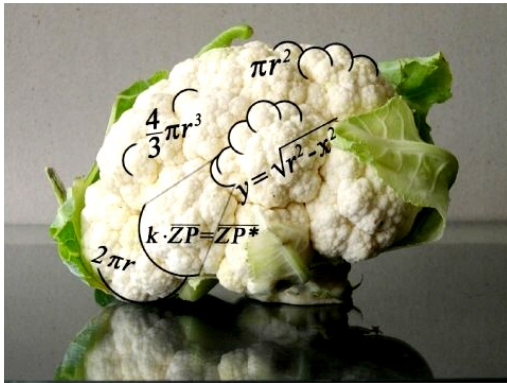
$$\frac{1}{a+b} + \frac{1}{a+c} + \frac{1}{b+c} > \frac{3}{a+b+c}$$



## Mathematisch modellieren

Realsituationen können durch Modellierung einer mathematischen Bearbeitung zugänglich gemacht werden. Das Modellieren umfasst: Idealisieren und Vereinfachen der Realsituation, Schätzen, Festlegen von Annahmen, Übersetzen in mathematische Begriffe und Strukturen sowie das Arbeiten in dem gewählten Modell. Darüber hinaus müssen die Ergebnisse interpretiert und in der Realsituation geprüft werden. Der Reflexion und Beurteilung sowie gegebenenfalls der Variation des verwendeten mathematischen Modells im Hinblick auf die Realsituation kommt dabei eine besondere Bedeutung zu.

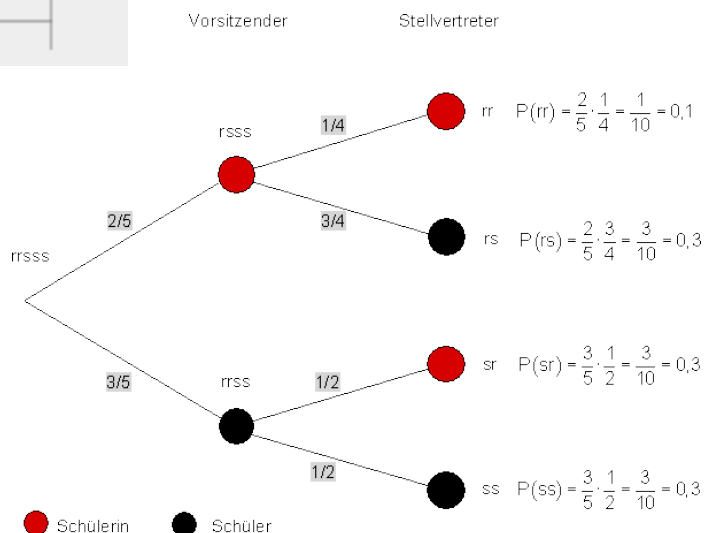
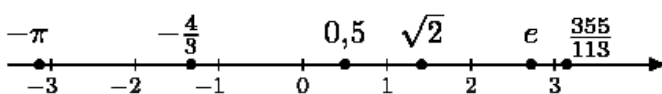
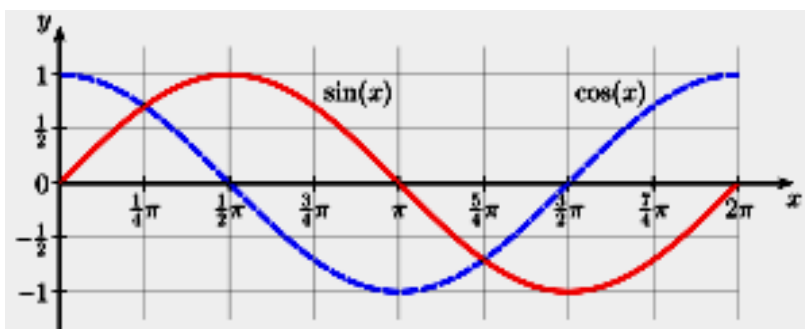
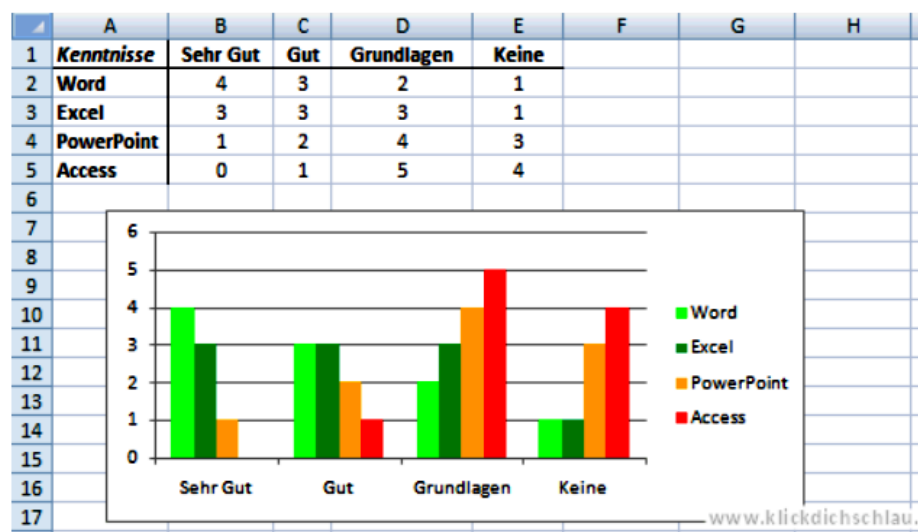
Die Schülerinnen und Schüler erfahren, dass Ergebnisse von Modellierungsprozessen zum Erstellen von Prognosen und als Grundlage für Entscheidungen genutzt werden. Außerdem entwickeln die Schülerinnen und Schüler ein kritisches Bewusstsein gegenüber Aussagen und Behauptungen, die auf Modellannahmen basieren.



## Mathematische Darstellungen verwenden

Mathematisches Arbeiten erfordert das Anlegen und Interpretieren von Darstellungen und den jeweils angemessenen Wechsel zwischen verschiedenen Darstellungen. Zu den Darstellungsformen gehören Texte und Bilder; Tabellen, Graphen und Terme; Skizzen, Grafiken und Diagramme sowie Figuren, die geometrische, stochastische oder logische Zusammenhänge veranschaulichen. Technische Hilfsmittel unterstützen einen flexiblen Umgang mit mathematischen Darstellungen.

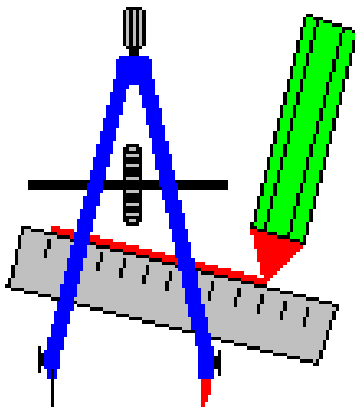
Eigene Darstellungen dienen dem Strukturieren und Dokumentieren individueller Überlegungen und unterstützen die Argumentation. Der flexible Wechsel zwischen verschiedenen Darstellungsformen erleichtert das Verständnis von Sachzusammenhängen. Insbesondere bei der Präsentation von Ergebnissen erfahren die Schülerinnen und Schüler die Bedeutung von Darstellungen als Kommunikationsmittel.



## Mit symbolischen, formalen und technischen Elementen der Mathematik umgehen

Problemstellungen und Lösungen werden in der Regel in natürlicher Sprache dargestellt, die mathematische Bearbeitung erfolgt dagegen meistens in symbolischer und formaler Sprache. Komplexe Sachverhalte können in formaler Sprache eindeutig und prägnant dargestellt und so einer mathematischen Bearbeitung zugänglich gemacht werden. Der Umgang mit symbolischen, formalen und technischen Elementen umfasst strategische Fähigkeiten, die zielgerichtetes und effizientes Bearbeiten von mathematischen Problemstellungen ermöglichen. Dazu müssen angemessene Verfahren und Werkzeuge ausgewählt, angewendet und bewertet werden.

$$\left(\frac{a}{b} + 1\right) \cdot \frac{2}{a+b} = \frac{a+b}{b} \cdot \frac{2}{a+b} = \frac{2}{b}$$



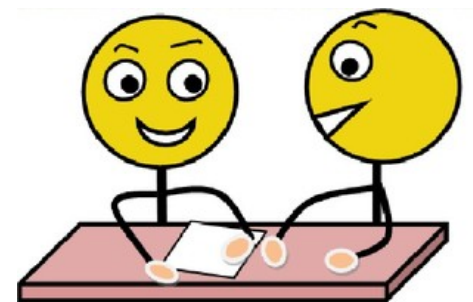
$$\begin{aligned} 2 \cdot (3 - x) &= 18 \\ 2 \cdot 3 - 2 \cdot x &= 18 \\ 6 - 2x &= 18 & | -6 \\ -2x &= 12 & | : (-2) \\ x &= -6 \end{aligned}$$

## Kommunizieren

Kommunizieren über mathematische Zusammenhänge beinhaltet, Überlegungen, Lösungswege und Ergebnisse zu dokumentieren, verständlich darzustellen und zu präsentieren.

Dazu müssen die Schülerinnen und Schüler Äußerungen von anderen und Texte zu mathematischen Inhalten verstehen und überprüfen. Schülerinnen und Schüler nehmen mathematische Informationen und Argumente auf, strukturieren Informationen, erläutern mathematische Sachverhalte und verständigen sich darüber mit eigenen Worten und unter Nutzung angemessener Fachbegriffe. Sie strukturieren und dokumentieren ihren Arbeitsprozess sowie ihre Lernwege und Ergebnisse, wobei sie mündliche und unterschiedliche schriftliche mathematische Darstellungsformen nutzen.

Die Schülerinnen und Schüler geben ihre Überlegungen verständlich weiter, prüfen und bewerten Argumentationen. Dabei gehen sie konstruktiv mit Fehlern und Kritik um. Sie arbeiten kooperativ und bewerten Teamarbeit.



Katharina Pacyna